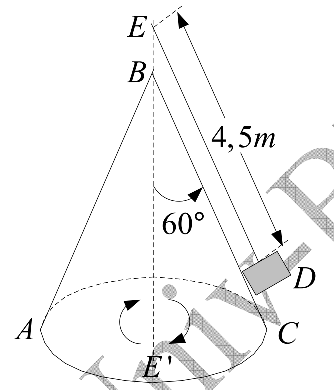
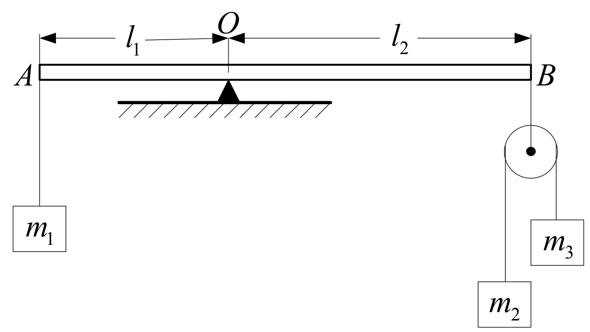
EXERCICES ** تمارين

Exercice 5.1	تمرين 1.5
Un corps D de masse $5,5kg$ (figure ci-dessous) se déplace sans frottement sur la surface d'un cône ABC, en tournant autour de l'axe EE' avec une vitesse angulaire de $10 tours/mn$. Calculer : a/ la vitesse linéaire du corps, b/ la réaction de la surface sur le corps, c/ la tension du fil, d/ la vitesse angulaire nécessaire pour rendre nulle la réaction du plan. On prend $g = 9,8ms^{-1}$	ينتقل جسم D كتلته $5,5kg$ بدون احتكاك على سطح مخروط ABC (الشكل في الأسفل)، و ذلك بدورانه حول المحور EE' بسرعة زاوية $10 tours/mn$. أحسب: ا/ السرعة الخطية للجسم، ب/ رد فعل السطح على الجسم، ج/ توتر الخيط، د/ السرعة الزاوية اللازمة لكي ينعدم رد فعل المستوى. نأخذ $g = 9,8ms^{-1}$.



Exercice 5.2	تمرين 2.5
En considérant les forces de frottement comme négligeables ainsi que la masse de la poulie, 1/ montrer que la barre AB dans la figure ci-dessous sera en équilibre à condition que l'équation suivante soit vérifiée : $m_1(m_2+m_3)l_1 = 4m_2m_3l_2$, 2/ trouver la force que le couteau exerce sur la barre.	باعتبار قوى الاحتكاك مهملة و كذا كتلة البكرة: 1/ برهن أن القضيب في الشكل أسفله يكون في توازن بشرط أن تتحقق المعادلة التالية: $m_1(m_2+m_3)l_1 = 4m_2m_3l_2$ 2/ أوجد القوة التي يطبقها السكين على القضيب.



Exercice 5.3

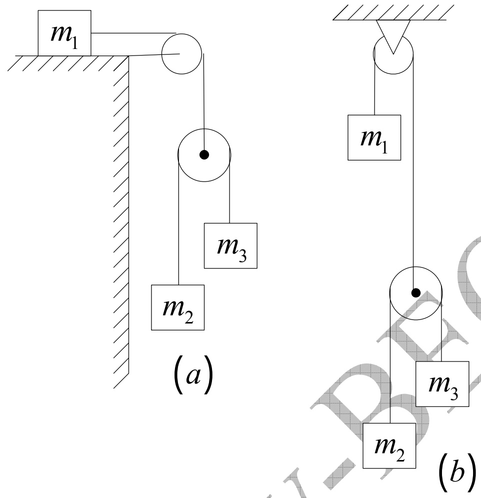
Dans cet exercice on néglige les forces de frottement ainsi que les masses des poulies et celles des fils que nous considérons comme inextensibles.

Trouver les accélérations des corps de la figure ci-dessous dans les deux cas (a) et (b).

تمرين 3.5

في هذا التمرين نهمل قوى الاحتكاك و كذا كتل البكرتين و الخيوط التي نعتبرها غير قابلة للتمطيط.

أوجد تسارعات أجسام الشكل أسفله في كل من الحالتين (a) و (b).



Exercice 5. 4

La figure ci-dessous représente un corps dont le poids est $5N$ et qui repose sur un plan rugueux incliné de $\theta = 35°$. Le coefficient de frottement statique est 0.80. On prend $g = 10ms^{-2}$.

a/ Quel doit être l'angle d'inclinaison pour que le corps décolle ?

b/ Quelle est la force de frottement statique maximale?

c/ Quelle est la force normale pour $35°$?

d/ Quelle est la force de frottement statique pour une inclinaison de $35°$?

تمرين 4.5

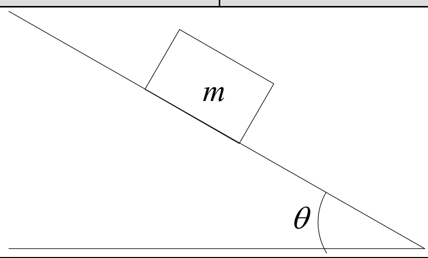
يبين الشكل جسما ثقله $5N$ موضوعا على مستوي خشن مائل بـــ $\theta = 35°$. معامل الاحتكاك السكوني هو 0.80. نأخذ $g = 10ms^{-2}$.

ا/ ما هي زاوية الميل اللازمة لكي يقلع الجسم ؟

ب/ ما هي قوة الاحتكاك السكوني الأعظمية ؟

ج/ ما هي القوة الناظمية عند ميل $35°$ ؟

د/ ما هي قوة الاحتكاك السكوني عند الميل $35°$؟



Exercice 5.5

La figure ci-dessous représente un corps dont le poids est $8N$ et qui repose sur un plan rugueux incliné de $\theta = 35°$. Le coefficient de frottement cinétique est 0.40. On prend $g = 10ms^{-2}$.

a/ Quel doit être l'angle d'inclinaison pour que le corps glisse avec une vitesse constante ?

b/ Quelle set la force normale pour une inclinaison de $\theta = 35°$?

c/ Quelle est la force de frottement pour $\theta = 35°$?

d/ Quelle est l'accélération pour une inclinaison de $\theta = 35°$?

تمرين 5.5

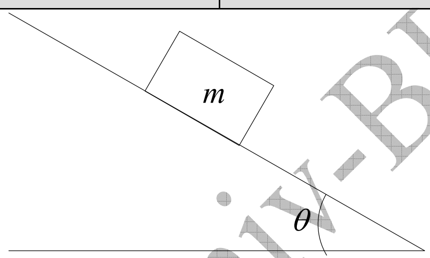
يبين الشكل جسما ثقله $8N$ موضوعا على مستوي خشن مائل ب $\theta = 35°$. معامل الاحتكاك الحركي هو 0.40. نأخذ $g = 10ms^{-2}$

ا/ ما هي زاوية الميل اللازمة لكي ينتقل الجسم بسرعة ثابتة ؟

ب/ ما هي القوة الناظمية عند ميل $\theta = 35°$ ؟

ج/ ما هي قوة الاحتكاك الحركي عند $\theta = 35°$ ؟

د/ ما هو التسارع عند ميل $\theta = 35°$ ؟



Exercice 5.6

Un corps B de masse $3kg$ est placé sur un autre corps A de masse $5kg$ (figure ci-dessous). On suppose qu'il n'y a pas de frottement entre le corps A et la surface sur laquelle il repose Les coefficients de frottement statique et cinétique entre les deux corps sont respectivement $0,2$ et $0,1$.

a/ Quelle force maximale peut-on appliquer à chaque corps pour faire glisser le système en maintenant ensemble les deux corps ?

b/ Quelle est l'accélération quand cette force maximale est appliquée ?

c/ Quelle est l'accélération du corps B si la force est plus grande que la force maximum ci-dessus et est appliquée au corps A ? et appliquée au corps B ?

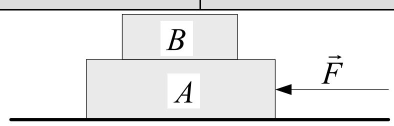
تمرين 6.5

يوضع جسم B كتلته $3kg$ على جسم آخر A كتلته $5kg$ (الشكل في الأسفل). نفترض عدم وجود احتكاك بين الجسم A و السطح الذي يرتكز عليه. معاملا الاحتكاك السكوني و الحركي بين الجسمين هما على التوالي $0,2$ و $0,1$.

ا/ ما هي القوة الأعظمية الممكن تطبيقها على كل جسم حتى تنزلق الجملة مع إبقاء الجسمين معا؟

ب/ ما هو التسارع حين تطبق هذه القوة الأعظمية؟

ج/ ما هو تسارع الجسم B إذا كانت قوة أكبر من القوة الأعظمية المذكورة أعلاه مطبقة على الجسم A ؟ مطبقة على الجسم B ؟



Exercice 5.7

On pose une masse m_2 sur une masse m_1, puis on pose l'ensemble sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal. Le coefficient de frottement cinétique entre m_1 et m_2 est h_2, et entre m_1 et la

تمرين 7.5

وضعت كتلة m_2 فوق كتلة m_1، ثم وضعت الجملة على مستوى مائل بزاوية α مع الأفق. معامل الإحتكاك الحركي بين m_1 و m_2 هو h_2، و بين m_1 و السطح المائل

surface inclinée il est h_1 .

Calculer les accélérations des deux masses.

Application numérique :

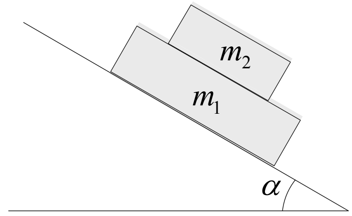
$$h_1 = 2h_2 = 0,3 \ , \ m_2 = 8kg \ ,$$
$$m_1 = 5kg \ , \ \alpha = 60° \ , \ g = 9,8ms^{-2}$$

هو h_1 .

أحسب تسارع كل من الكتلتين.

تطبيق عددي:

$$h_1 = 2h_2 = 0,3 \ , \ m_2 = 8kg \ ,$$
$$m_1 = 5kg \ , \ \alpha = 60° \ , \ g = 9,8ms^{-2}$$



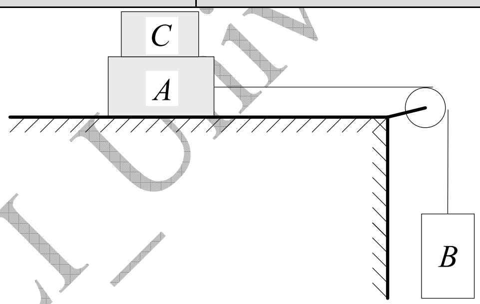
Exercice 5.8

Les masses des corps A et B sur la figure ci-dessous sont respectivement $10kg$ et $5kg$. Le coefficient de frottement de A avec la table est $0,20$. La masse de la poulie est négligeable. Le fil est inextensible et de masse négligeable. Trouver la masse minimale de C qui empêche A de bouger.

Calculer l'accélération du système si on soulève C .

تمرين 8.5

كتلتا الجسمين A و B على الشكل أسفله هما على التوالي $10kg$ و $5kg$. معامل الاحتكاك لـ A مع الطاولة هو $0,20$. نهمل كتلة البكرة كما نفترض الخيط مهمل الكتلة و عديم الإمتطاط. أوجد الكتلة الأصغرية لـ C التي تمنع A من التحرك. أحسب تسارع الجملة إذا رفعنا C .



Exercice 5.9

Un point matériel de masse m est lancé avec une vitesse initiale v_0 faisant un angle θ avec l'horizontale. Il est soumis au champ de gravitation terrestre.

I. Le tir a lieu dans le vide :

1. Isoler le point matériel et lui appliquer le principe fondamental de la dynamique. Calculer alors l'accélération $\vec{a}(t)$.

Calculer :

2. la vitesse $\vec{v}(t)$.
3. la position $\overrightarrow{OM}(t)$.
4. la distance OA .
5. l'altitude maximale $z_{\max}$ atteinte par ce projectile.

II. Le tir a lieu dans l'air :

Le point matériel est soumis à un frottement

تمرين 9.5

تقذف نقطة مادية كتلتها m بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ تصنع الزاوية θ مع الأفق و تخضع لحقل الجاذبية الأرضية.

I/ يتم الرمي في الفراغ:

1/ إعزل النقطة المادية و طبق عليها المبدإ الأساسي للتحريك. إحسب حينئذ التسارع $\vec{a}(t)$.

أحسب:

2/ السرعة $\vec{v}(t)$.

3/ الموضع $\overrightarrow{OM}(t)$.

4/ المسافة $OA = x_{\max}$.

5/ الارتفاع الأعظمي $z_{\max}$ الذي تبلغه القذيفة.

II/ الرمي في الهواء:

تخضع النقطة المادية لاحتكاك لزج من النوع $\vec{f} = -k.\vec{v}$.

visqueux du type $\vec{f} = -k.\vec{v}$:

1. Isoler le point matériel et lui appliquer le principe fondamental de la dynamique.

2. En remplaçant $\vec{a}$ par $\frac{d\vec{v}}{dt}$, montrer que l'on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{k}{m}\vec{v} = \vec{g} .$$

3. En déduire l'expression vectorielle de la vitesse instantanée $\vec{v}(t)$. Montrer que celle-ci tend vers une valeur limite $\vec{v}_L = \vec{g}\frac{m}{k}$.

4. En déduire la position $\overrightarrow{OM}(t)$. Ecrire les expressions des composantes de ce vecteur.

5. Calculer l'instant t_s pour lequel le projectile atteint le sommet S de la trajectoire et en déduire les coordonnées x_s et z_s correspondants.

6/ Démontrer que la trajectoire a une asymptote lorsque $t \to \infty$.

III. Synthèse graphique :

Tracer qualitativement sur un même graphique la trajectoire dans les deux cas suivants :

1. le tir a lieu dans le vide (pas de frottement).
2. le tir a lieu dans l'air (frottement visqueux).

1/ إعزل النقطة المادية و طبق عليها المبدإ الأساسي للتحريك.

2/ بتعويض $\vec{a}$ بـــ $\frac{d\vec{v}}{dt}$ ، بيّن أننا نحصل على المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{k}{m}\vec{v} = \vec{g}$

3/ إستنتج العبارة الشعاعية للسرعة اللحظية $\vec{v}(t)$.

بيّن أن هذه الأخيرة تؤول إلى قيمة حدية $\vec{v}_L = \vec{g}\frac{m}{k}$.

4/ إستنتج الموضع $\overrightarrow{OM}(t)$. أكتب عبارتي مركبتي هذا الشعاع.

5/ أحسب اللحظة t_s التي تبلغ فيها القذيفة الذروة S لمسارها و استنتج الإحداثيتين المناسبتين x_s و z_s.

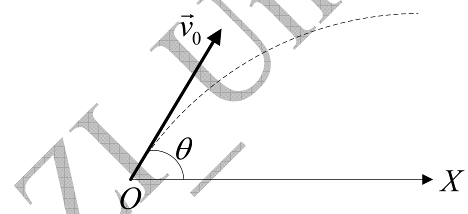
6/ برهن أن المسار يقبل خطا مقاربا عندما $t \to \infty$.

III/ خلاصة بيانية:

أرسم الشكل العام للمسار على نفس البيان في الحالتين:

1/ يتم الرمي في الفراغ(عدم وجود احتكاك).

2/ يتم الرمي في الهواء(وجود احتكاك لزج).



Exercice 5.10

Une demi sphère de rayon $R = 2m$ et de centre O repose sur un plan horizontal. Une particule de masse m , partant du repos du point M_0 situé en haut de la demi sphère, glisse sous l'action de son poids.

1/ Ecrire l'équation différentielle du mouvement de la particule au cours de son glissement, sachant que le coefficient de glissement sur la surface de la sphère est μ .

2/ **En négligeant les frottements :**

a/ démontrer que la vitesse acquise au point M défini par l'angle $\theta = \widehat{MOM_0}$ est donnée par l'expression $v = \sqrt{2Rg(1-\cos\theta)}$,

b/ en déduire alors l'angle θ_0 sous lequel la particule quitte la surface de la sphère, discuter le résultat,

c/ calculer la vitesse v_0 correspondante.

3/ Au moment où la particule quitte le point M avec

تمرين 10.5

توضع كرة نصف قطرها $R = 2m$ و مركزها O على مستوى أفقي. تنزلق جسيمة كتلتها m من السكون تحت تأثير ثقلها من النقطة M_0 الواقعة في أعلى نصف الكرة.

1/ اكتب المعادلة التفاضلية لحركة هذه الجسيمة أثناء انزلاقها علما أن معامل الاحتكاك الإنزلاقي على سطح الكرة هو μ.

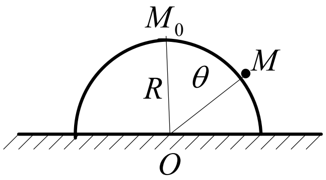
2/ **بإهمال الاحتكاك:**

ا/ بين أن السرعة المكتسبة عند النقطة M المعرفة بالزاوية $\theta = \widehat{MOM_0}$ تعطى بالعلاقة $v = \sqrt{2Rg(1-\cos\theta)}$ ،

ب/ إستنتج عندئذ مقدار الزاوية θ_0 التي من أجلها تغادر الجسيمة سطح الكرة، ناقش النتيجة،

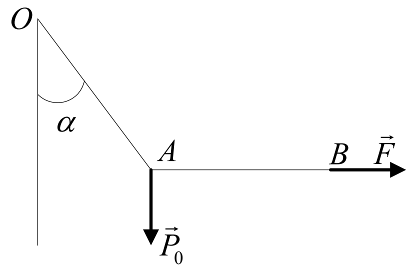
ج/ أحسب السرعة v_0 الموافقة.

la vitesse v_0 , on demande : a/ de trouver la vitesse v instantanée en fonction de g, R, v_0, θ_0, t , b/ les modules des forces tangentielle et normale.	3/ عند مغادرة الجسيمة النقطة M بالسرعة v_0 يطلب: ا/ إيجاد السرعة v اللحظية للحركة بدلالة g, R, v_0, θ_0, t ، ب/ شدتي القوة المماسية و القوة الناظمية.



Exercice 5.11 La fusée « Apollo » effectue un voyage de la terre à la lune. La lune est à la distance $3.84\times10^8\,m$ de la terre. La masse de la terre est $5.98\times10^{24}\,kg$ tandis que celle de la lune vaut $7.36\times10^{22}\,kg$. a/ Quelle est l'intensité du champ de pesanteur de la terre lorsque la fusée se trouve à mi-chemin entre la terre et la lune ? b/ Quelle est l'intensité du champ de pesanteur de la lune lorsque la fusée se trouve à mi-chemin entre la terre et la lune ? d/ Quelle est l'intensité du champ résultant du champ de pesanteur de la terre et celui de la lune lorsque la fusée se trouve à mi-chemin entre la terre et la lune ? e/ A quelle distance du centre de la terre le champ résultant des deux champs terrestre et lunaire s'annule-t-il ?	**تمرين 11.5** الصاروخ " آبولو" يقوم برحلة من الأرض إلى القمر. يبعد القمر عن الأرض بمسافة $3.84\times10^8\,m$. كتلة الأرض $5.98\times10^{24}\,kg$ بينما كتلة القمر $7.36\times10^{22}\,kg$. ا/ ما هي شدة حقل الجاذبية الأرضية عندما يكون الصاروخ في منتصف الرحلة بين الأرض و القمر ؟ ب/ ما هي شدة حقل الجاذبية القمرية عندما يكون الصاروخ في منتصف الرحلة بين الأرض و القمر ؟ ج/ ما هي شدة الحقل الناتج عن حقل الجاذبية الأرضية و حقل الجاذبية القمرية عندما يكون الصاروخ في منتصف الرحلة بين الأرض و القمر ؟ د/ على أي بعد من مركز الأرض ينعدم الحقل الناتج عن جاذبيتي الأرض و القمر ؟

Exercice 5.12 On dispose de deux ressorts linéaires identiques de longueur au repos l . Chacun, soumis à un poids $\vec{P}_0$, prend un allongement l_0, déterminé par leur raideur commune k . On suspend un poids P_0 à l'un des ressorts et on tire horizontalement le poids à l'aide de l'autre ressort que l'on tire avec une force variable $\vec{F}$. Le premier fait alors un angle α avec la verticale. Pour chaque valeur de α correspondant à une force $\vec{F}$, le ressort (1) prend un allongement l_1 et le ressort (2) un allongement l_2. Calculer les allongements l_1 et l_2 en fonction de α et l_0 .	**تمرين 12.5** نتوفر على نابضين خطيين متماثلين طول كل منهما l في حالة سكون. حين يخضع كل منهما لثقل $\vec{P}_0$ يأخذ استطالة l_0، محددة بثابت مرونتهما المشتركة k. نعلق ثقلا P_0 إلى أحد النابضين و نسحب أفقيا الثقل بواسطة النابض الآخر الذي نجذبه بقوة متغيرة $\vec{F}$. يصنع الأول زاوية α مع الشاقول. من أجل كل قيمة لـــ α مناسبة للقوة $\vec{F}$ ، يستطيل النابض (1) بـــ l_1 و النابض (2) الثاني بـــ l_2. أحسب الإستطالتين l_1 و l_2 بدلالة α و l_0.



Exercice 5.13

On donne le vecteur position d'un corps de masse $6kg$: $\vec{r} = \vec{i}.\left(3t^2 - 6t\right) + \vec{j}.\left(-4t^3\right) + \vec{k}.\left(3t + 2\right)(m)$.

Trouver :

a/ la force $\vec{F}$ agissant sur le corps,

b/ le moment de $\vec{F}$ par rapport à l'origine,

c/ la quantité de mouvement $\vec{p}$ du corps et son moment cinétique par rapport à l'origine,

d/ vérifier que $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$ et que $\vec{\tau} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$.

تمرين 13.5

يعطى شعاع الموضع لجسم كتلته $6kg$:

$$\vec{r} = \vec{i}.\left(3t^2 - 6t\right) + \vec{j}.\left(-4t^3\right) + \vec{k}.\left(3t + 2\right)(m)$$

أوجد:

ا/ القوة $\vec{F}$ المؤثرة على الجسم،

ب/ عزم $\vec{F}$ بالنسبة للمبدإ،

ج/ كمية الحركة $\vec{p}$ للجسم و عزمه الحركي بالنسبة للمبدإ،

د/ تأكد أن $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$ و أن $\vec{\tau} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$.

Exercice 5.14

Un pendule est constitué d'une masse m accrochée au point M à un fil de masse négligeable et de longueur l. Le fil est repéré par rapport à la verticale par l'angle orienté θ. Le mouvement s'effectue sans frottement.

1/ Exprimer dans la base $\left(O,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z\right)$ la vitesse de M par rapport au référentiel R.

2/ Etablir l'équation du mouvement en utilisant le théorème du moment cinétique dans chacune des deux bases $\left(O,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z\right)$ et $\left(O,\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z\right)$. Démontrer qu'elles sont équivalentes Retrouver cette même équation en appliquant le principe fondamental de la dynamique.

3/ En considérant des oscillations d'amplitude θ_0, trouver l'expression de la tension du fil lors du passage du pendule par sa position d'équilibre. Quelle est donc la condition sur la tension du fil pour que celui-ci ne casse pas ?

تمرين 14.5

يتكون نواس من كتلة m مثبتة في النقطة M لخيط كتلته مهملة و طوله l. موضع الخيط معين بالنسبة للشاقول بالزاوية الموجهة θ. تتم الحركة بدون احتكاك.

1/ عبر في القاعدة $\left(O,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z\right)$، عن سرعة M بالنسبة للمرجع R.

2/ ضع معادلة الحركة باستعمال نظرية العزم الحركي في كل من القاعدتين $\left(O,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z\right)$ و $\left(O,\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z\right)$. برهن أن المعادلتين متكافئتان. أوجد من جديد المعادلة نفسها بتطبيق المبدإ الأساسي للتحريك.

3/ باعتبار الاهتزازات ذات السعة الصغيرة جدا θ_0، جد عبارة توتر الخيط عند مرور النواس من موضع التوازن بدلالة m,g,l و θ_0. ما هو إذن الشرط في توتر الخيط حتى لا ينقطع؟

Exercice 5.15

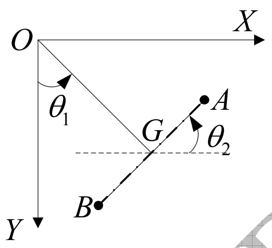
Deux boules identiques, assimilables à deux points matériels de masse m, sont fixées aux deux extrémités d'une barre AB de masse négligeable et de longueur $2d$. Cette barre, astreinte à rester dans le plan (OX, OY), est articulée en G à une tige OG de masse négligeable et de longueur a. Le mouvement est repéré par les angles θ_1 et θ_2 (voir figure).

Calculer directement le moment cinétique $\vec{L}_O$ du système par rapport au point O en fonction de m, a, l, θ_1 et θ_2.

تمرين 15.5

تثبت كرتان متماثلتان، نفترضهما نقطيتين ماديتين ذات كتلة m، في نهاتي قضيب AB كتلته مهملة و طوله $2d$. هذا القضيب المجبر على البقاء في المستوى (OX, OY)، متمفصل في G مع ساق كتلتها مهملة و طولها a. تعين الحركة بالزاويتين θ_1 و θ_2 (أنظر الشكل).

أحسب مباشرة العزم الحركي $\vec{L}_O$ للجملة بالنسبة للنقطة O بدلالة m, a, l, θ_1 و θ_2.



Exercice 5.16

Un point matériel M, de masse m, lié par un fil inextensible de longueur l à un point fixe A, tourne avec une vitesse angulaire constante ω autour de l'axe AZ.

1. α étant l'angle que forme AM avec la verticale, calculer la tension T du fil puis l'angle α en fonction de m, g, l et ω.
2. Calculer en coordonnées cylindriques d'origine O l'expression du moment cinétique de M par rapport à A.

Vérifier que sa dérivée par rapport au temps est égale au moment par rapport à A de la résultante des forces appliquées à M.

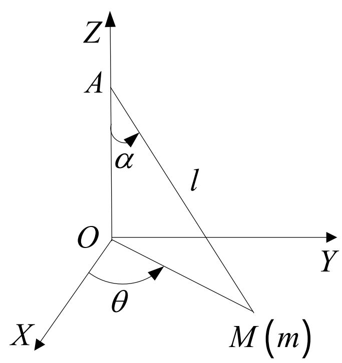
تمرين 16.5

تدور نقطة مادية M كتلتها m، موصلة بخيط غير قابل للتمدد طوله l إلى نقطة ثابتة A، حول المحور AZ بسرعة زاوية ثابتة ω.

1/ إذا كانت α هي الزاوية التي تصنعها AM مع الشاقول، أحسب التوتر T للخيط ثم الزاوية α بدلالة m, g, l و ω.

2/ أحسب بالإحداثيات الأسطوانية ذات المبدإ O عبارة العزم الحركي لــ M بالنسبة لــ A.

تأكد أن مشتقته بالنسبة للزمن تساوي عزم محصلة القوى المطبقة على A بالنسبة لــ M.



Exercice 5.17

Un pendule simple est suspendu au toit du wagon d'un train qui roule en ligne droite sur un terrain plat à une vitesse de $120 km.h^{-1}$. Un passager s'aperçoit que le pendule dévie subitement vers la droite, faisant un angle $\alpha = 10°$ avec la verticale ; il conserve cette position pendant 30 secondes, puis revient à la verticale.

1/ Comment interprétez-vous la déviation du pendule ?

2/ Calculer le rayon de courbure.

3/ De quel angle le train a-t-il tourné ?

On prend $g = 9.8 m.s^{-2}$.

تمرين 17.5:

نواس بسيط معلق إلى سقف عربة قطار يسير على خط مستقيم فوق أرضية مستوية بسرعة $120 km.h^{-1}$. يلاحظ مسافر أن النواس ينحرف فجأة نحو اليمين، صانعا زاوية $\alpha = 10°$ مع الشاقول؛ يحافظ على هدا الوضع مدة 30 ثانية، ثم يود إلى الشاقول.

1/ كيف تفسر انحراف النواس عن الشاقول؟

2/ أحسب نصف قطر الانحناء.

3/ ما هي الزاوية التي استدار بها القطار؟

نأخذ $g = 9.8 m.s^{-2}$.

Exercice 5.18

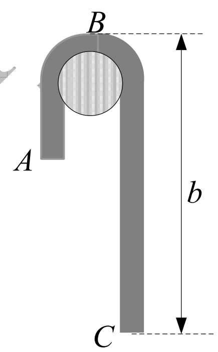
Une corde de masse M uniformément répartie sur sa longueur L (figure ci-dessous) peut glisser sans frottement sur la gorge d'une poulie bloquée de très petit rayon. Quand le mouvement commence $BC = b$. Montrer que lorsque $BC = \frac{2}{3}L$, l'accélération est $a = \frac{g}{3}$ et la vitesse $v = \sqrt{\frac{2g}{L}\left(bL - b^2 - \frac{2}{9}L\right)}$.

Application numérique : $L = 12 m$ et $b == 7 m$

تمرين 18.5

حبل كتلته M موزعة بانتظام على طوله L (الشكل في الأسفل) يمكنه الانزلاق بدون احتكاك على محزّ بكرة غير قابلة للدوران ذات نصف قطر صغير جدا. عندما تبدأ الحركة تكون $BC = b$. برهن أنه لما $BC = \frac{2}{3}L$، فإن التسارع هو $a = \frac{g}{3}$ و عبارة السرعة هي: $v = \sqrt{\frac{2g}{L}\left(bL - b^2 - \frac{2}{9}L\right)}$.

تطبيق عددي: $L = 12 m$ و $b = 7 m$.



Exercice 5.19

Un point matériel M de masse m se déplace sans frottement sur la surface intérieure d'un cône de révolution d'axe (Oz), de sommet O et de demi angle au sommet α.

A l'instant t, M_0 a pour coordonnées cylindriques (r_0,θ_0,z_0). Dans la région considérée, l'accélération de pesanteur $\vec{g}$ sera considérée comme uniforme. Le référentiel $\mathbb{R}(0,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z)$ est galiléen.

1/ Montrer que la côte du point M, notée z, est donnée par : $z = r\dfrac{z_0}{r_0}$.

2/ Appliquer la relation fondamentale de la dynamique dans $\mathbb{R}$ et la projeter sur la base locale des coordonnées cylindriques $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z)$. Ecrire le système des trois équations différentielles obtenues.

3/ Déduire la relation $\dot{\theta} = f(r_0,v_0,r)$ de l'expression de la composante orthoradiale de l'accélération du point M.

4/ Mettre l'équation différentielle d'intégrale $r(t)$ sous la forme :

$$\ddot{r} + \frac{A(r_0,v_0,z_0)}{r^3} = B(r_0,z_0,g)$$

5/ Pour quelle vitesse initiale $v_1 = f(z_0,g)$ le point M a-t-il un mouvement circulaire uniforme de rayon ${}_0$ sur le cône, autour de l'axe (Oz) ?

6/ Multiplier par $2\dot{\ }$ les deux membres de l'équation différentielle de solution $r(t)$ et l'intégrer une fois par rapport au temps t. Présenter l'équation différentielle obtenue sous la forme : $\dot{r}^2 = f(r_0,v_0,z_0,r,g)$.

تمرين 19.5

تنتقل نقطة مادية M كتلتها m بدون احتكاك على السطح الداخلي لمخروط دوران محوره (Oz) قمته O و نصف زاويته الرأسية α.

في اللحظة t، تكون لـــ M_0 الإحداثيات الأسطوانية (r_0,θ_0,z_0). يعتبر تسارع الجاذبية الأرضية $\vec{g}$ منتظما في المنطقة المعينة. المرجع $\mathbb{R}(0,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z)$ غليلي.

1/ برهن أن علو النقطة M، المرموز له بـــ z، معطى بـــ $z = r\dfrac{z_0}{r_0}$.

2/ طبق العلاقة الأساسية للتحريك في $\mathbb{R}$ ثم أسقطها على القاعدة المحلية للإحداثيات الأسطوانية $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z)$. أكتب جملة المعادلات التفاضلية الثلاثة المتحصل عليها.

3/ إستنتج العلاقة $\dot{\theta} = f(r_0,v_0,r)$ لعبارة المركبة العرضية لتسارع النقطة M.

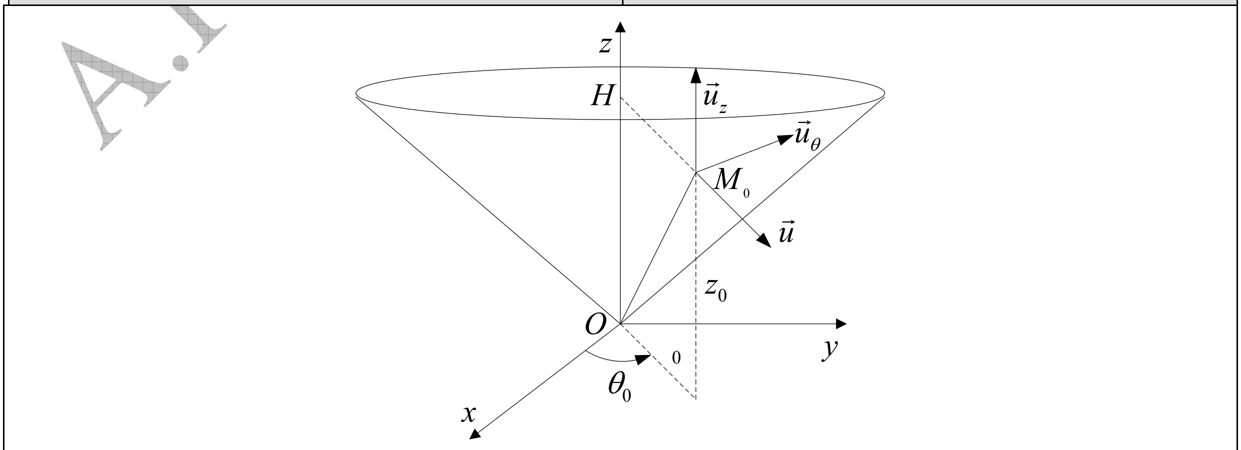
4/ ضع المعادلة التفاضلية لتكامل $r(t)$ على الشكل:

$$\ddot{r} + \frac{A(r_0,v_0,z_0)}{r^3} = B(r_0,z_0,g)$$

5/ من اجل أي قيمة للسرعة الإبتدائية $v_1 = f(z_0,g)$ يكون للنقطة M حركة دائرية منتظمة نصف قطرها ${}_0$ على المخروط، حول المحور (Oz)؟

6/ إضرب في $2\dot{\ }$ طرفي المعادلة التفاضلية ذات الحل $r(t)$ و كاملها مرة واحدة بالنسبة للزمن t. أكتب المعادلة التفاضلية المحصل عليها على الشكل:

$$\dot{r}^2 = f(r_0,v_0,z_0,r,g)$$



Exercice 5.20

Une particule de charge q et de masse m, se déplaçant avec une vitesse $\vec{v}$ dans un champ électromagnétique ((le champ électrique étant $E\vec{k}$ et le champ magnétique $B\vec{i}$) subit une force de la forme : $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$.

On suppose $\vec{E}$ et $\vec{B}$ constants en module et sens.

Montrer dans ce cas que la particule se déplace dans le plan yOz selon une trajectoire en forme de cycloïde d'équations :

$y(t) = a(\theta - \sin\theta)$ et $z(t) = a(1 - \cos\theta)$.

Avec $a = \dfrac{m}{q}$ et $\theta = \dfrac{qB}{m}$. La vitesse initiale est nulle.

تمرين 20.5

تتحرك جسيمة شحنتها q و كتلتها m بسرعة $\vec{v}$ في مجال كهرومغناطيسي(المجال الكهربائي هو $E\vec{k}$ و المجال المغناطيسي هو $B\vec{i}$) فتتأثر بقوة من الشكل:

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

نفترض $\vec{E}$ و $\vec{B}$ ثابتي الشدة و الاتجاه.

تأكد أن في هذه الحالة تتحرك الجسيمة في المستوى yOz وفق مسار دويري معادلتاه:

$y(t) = a(\theta - \sin\theta)$ و $z(t) = a(1 - \cos\theta)$.

مع $a = \dfrac{m}{q}$ و $\theta = \dfrac{qB}{m}$. السرعة الابتدائية معدومة.